Απολυτήριες εξετάσεις Γ΄ Τάξης

Ημερήσιου Γενικού Λυκείου

Μαθηματικά και Στοιχεία Γενικής Παιδείας

Παρασκευή, 30 Μαΐου 2014

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο, σελ. 30

Α2. Σχολικό βιβλίο, σελ. 13

Α3. Σχολικό βιβλίο, σελ. 59

Α4

α) Σ

β) Λ

γ) Λ

δ) Λ

ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1.

12 + 8 + 14 + 6 = 40

Β2.

κλάσεις	x_i	v_i	f_i
[2,4)	3	12	0,30
[4,6)	5	8	0,20
[6,8)	7	14	0,35
[8,10)	9	6	0,15
Σύνολο	-	40	1

Από τη σχέση $f_i = \frac{v_i}{v}$ έχω:

$$f_1 = \frac{12}{40} = 0,30$$

$$f_2 = \frac{8}{40} = 0,20$$

$$f_3 = \frac{14}{40} = 0,35$$

$$f_4 = \frac{6}{40} = 0,15$$

Β3.

α) $\bar{x} = \sum_{i=1}^{4} x_i f_i = 3 \cdot 0,30 + 5 \cdot 0,20 + 7 \cdot 0,35 + 9 \cdot 0,15 = 0,90 + 1 + 2,45 + 1,35$
$= 5,7$ χιλιάδες ευρώ

β) 26 = 6 + 14 + 6

Αιτιολόγηση: Από τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων προκύπτει ότι το πλήθος των πωλητών που έκαναν πωλήσεις τουλάχιστον 4,5 χιλιάδων ευρώ είναι: Οι πωλητές της κλάσης $[8,10) \rightarrow 6$, οι πωλητές της κλάσης $[6,8) \rightarrow 14$, και τα ¾ της κλάσης $[4,6) \rightarrow 6$. Άρα συνολικά 6 + 14 + 6 = 26 πωλητές.

ΘΕΜΑ Γ

Α, Π, Κ : ενδεχόμενα

$P(K) = x_1$

$P(A) = x_2$

$$f(x) = 4x^3 - \frac{7}{2}x^2 + x - 1$$

$$f'(x) = 12x^2 - 7x + 1$$

$$f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 7x + 1 \geq 0$$

$$\Delta = 49 - 4 \cdot 12 = 49 - 48 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{24} = \begin{cases} \frac{8}{24} = \frac{1}{3} = x_2 \\ \frac{6}{24} = \frac{1}{4} = x_1 \end{cases}$$

x		1/4		1/3	
f′(x)	+	0	–	0	+
f(x)	↗		↘		↗

Γ1.

$$P(K)=\frac{1}{4}$$

$$P(A)=\frac{1}{3}$$

Ισχύει $P(K)+P(A)+P(\Pi)=1 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}+\frac{1}{3}+P(\Pi)=1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{12}+P(\Pi)=1 \Leftrightarrow P(\Pi)=1-\frac{7}{12} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(\Pi)=\frac{5}{12}$$

Γ2.

$$P(\Gamma)=P\left(K\cup A\right)=P\left(K\right)+P\left(A\right)=\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$$

$$P(\Delta)=P\left(\left(A\cup K\right)'\right)=1-P\left(A\cup K\right)=1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$$

$$P(E)=P\left(\left(A\cup \Pi'\right)\right)=P\left(A\right)+P\left(\Pi'\right)=P\left(A\right)+1-P\left(\Pi\right)=$$

$$=\frac{1}{3}+1-\frac{5}{12}=\frac{4}{12}+\frac{12}{12}-\frac{5}{12}=\frac{11}{12}$$

Γ3.

$$N(A)=N\left(\Pi\right)-4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{N(A)}{N(\Omega)}=\frac{N(\Pi)}{N(\Omega)}-\frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow P(A)=P(\Pi)-\frac{4}{N(\Omega)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}=\frac{5}{12}-\frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \frac{4}{N(\Omega)}=\frac{5}{12}-\frac{1}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{N(\Omega)}=\frac{5}{12}-\frac{4}{12} \Leftrightarrow \frac{4}{N(\Omega)}=\frac{1}{12} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow N\left(A\right)=48$$

ΘΕΜΑ Δ

Έστω y η άλλη πλευρά της βάσης.

$$\Pi_\beta = 2x + 2y = 20$$

$$x + y = 10 \qquad (1)$$

Δ1.

$E = xy + 2\cdot 5x + 2\cdot 5y =$

$= xy + 10x + 10y = xy + 10(x+y) = x\cdot(10-x) + 10\cdot 10 \qquad (1)$

$= x(10-x) + 10x + 10(10-x) =$

$= 10x - x^2 + 10x + 100 - 10x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow E(x) = -x^2 + 10x + 100$

$E'(x) = -2x + 10 \geq 0 \Leftrightarrow -2x \geq -10$

$x \leq 5$

x	0		5		10
E′		+	0	–	
E		↗		↘	

Άρα για x = 5dm η E(x) παρουσιάζει τοπικό μέγιστο την τιμή E(5) = 125dm^2

Δ2.

Αφού $CV_x > \frac{1}{12}$, $\quad \bar{x} = 8$

$2s^2 - 5s + 2 = 0$

α)

$\Delta = 25 - 4\cdot 2\cdot 2 = 25 - 16 = 9$

$$s_{1,2} = \frac{5\pm 3}{4}\begin{cases}\frac{8}{4} = 2\\ \frac{2}{4} = \frac{1}{2}\end{cases}$$

Έστω $s = \frac{1}{2}$, τότε: $CV_x = \frac{\frac{1}{2}}{8} = \frac{1}{16} < \frac{1}{10}$ άτοπο, αφού δεν είναι ομοιογενές, άρα <u>s = 2</u> ,

οπότε $CV_x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} > \frac{1}{10}$

β)

$$\frac{\Sigma x_1^2}{15} = \ ;$$

$$2^2 = \frac{1}{15}\left\{\sum_{i=1}^{15} x_i^2 - \frac{\left(\Sigma x_i\right)^2}{15}\right\} =$$

$$= \frac{1}{15}\left\{\sum_{i=1}^{15} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{15} x_i\right)^2}{15^2}\right\} =$$

$$= \frac{1}{15}\Sigma x_i^2 - \bar{x}^{\,2} \Leftrightarrow 4 = \frac{1}{15}\Sigma x_i^2 - 8^2$$

$$\Leftrightarrow 4 + 64 = \frac{1}{15}\Sigma x_i^2 \Leftrightarrow 15 \cdot 68 = \Sigma x_i^2$$

$$\underline{\Leftrightarrow \Sigma x_i^2 = 1020}$$

Άρα η μέση τιμή των x_i^2 ισούται με $\frac{1020}{15} = 68$

Δ3.

Αφού για x = 5 έχουμε τοπικό μέγιστο και η Ε(x) ↓ για $x > 5$,

$y_{max} = E(5) = 125$ και

$y_{min} = E(9) = 109$

Άρα $R = y_{max} - y_{min} = 125 - 109 \Leftrightarrow R = 16$

οπότε $B = \left\{A_i\left(x_i, y_i\right), i = 1, 2, ..., 15 \quad \text{τέτοια ώστε} \quad y_i > -4x_i + 9 \cdot 16 + 1\right\}$

Από τη σχέση $y_i > -4x_i + 144 + 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y_i > -4x_i + 145 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -x_i^2 + 10x_i + 100 + 4x_i - 145 > 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -x_i^2 + 14x_i - 45 > 0$

$$\Delta = 14^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-45) = 196 - 180 = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{-14 \pm 4}{-2} = \begin{cases} 9 \\ 5 \end{cases}$$

Άρα $5 < x_i < 9$

Επειδή τα ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα θα ισχύει $P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)}$.

Όμως N(Ω) = 15 και N(B) = 13

Άρα $P(B) = \frac{13}{15}$

<u>ΣΧΟΛΙΑ:</u>

Τα θέματα ήταν διατυπωμένα με σαφήνεια, δεν απαιτούσαν ιδιαίτερα δύσκολες πράξεις, κατάλληλα και για τους καλά διαβασμένους μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης.

Σε σύγκριση με τα περσινά θέματα ήταν σαφώς λιγότερα σε έκταση και σε γνωστικές απαιτήσεις.

Γενικά, τα θέματα δεν κάλυπταν όλη την ύλη, π.χ. δεν υπήρχαν θέματα σε όριο, κανονική κατανομή, μεταβολή μέσης τιμής, τυπικής απόκλισης, κλπ.

Επιμέλεια απαντήσεων:
Κώστας Ανδρικίδης